

Мой дед

Заметим, что если в k -й день ответ «YES», то существует путь от 1 до N , что для каждой тропинке i на этом пути соблюдается неравенство $s_i \cdot a_k > w_i \cdot b_k \Leftrightarrow \frac{a_k}{b_k} > \frac{w_i}{s_i}$. Давайте для каждого ребра запомним величину $\frac{w_i}{s_i}$. По этой величине можно определить, существует ли путь в k -й день: мысленно удалим все рёбра, для которых $\frac{w_i}{s_i} \geq \frac{a_k}{b_k}$. Если после этого путь от 1 до N существует, то ответ в этот день «YES», иначе «NO».

Теперь рассмотрим для каждого дня j значение $d_j = \frac{a_j}{b_j}$. Отсортируем все дни по этому значению. Если рассматривать их в порядке возрастания и так же мысленно удалять рёбра, то можно считать, что в этом порядке в графе появляются новые рёбра, а старые всегда остаются. Это значит, что для каких-то первых нескольких дней в этом порядке (возможно, ни для каких) ответ «NO», а для всех остальных (возможно, ни для каких) — «YES». Поэтому можно сделать бинарный поиск по дням и найти эту границу. Для проверки нужно строить новый граф, удалять не подходящие рёбра и проверять существование пути от 1 до N поиском в глубину или в ширину. Мы получим величину $\frac{a}{b}$ такую, что на все дни с $\frac{a_j}{b_j} \leq \frac{a}{b}$ ответ «NO», а для остальных — «YES». После этого выведем ответ в исходном порядке. Сложность такого решения равна $O((N + M + Q) \cdot \log Q)$.

Альтернативное решение

Отсортируем рёбра по величине $\frac{s_j}{w_j}$. Поскольку на каждой полянке грибы и ягоды продаются по одной и той же цене, то для проверки корректности пути достаточно запомнить ребро с самым маленьким соотношением $\frac{s_j}{w_j}$.

Воспользуемся динамическим программированием $dp[v]$ — наименьшее ребро на лучшем пути до v . Под наименьшим ребром мы подразумеваем номер ребра с наименьшим значением $\frac{s_j}{w_j}$ в порядке сортировки. Массив $dp[v]$ можно заполнить в порядке топологической сортировки графа, это похоже на алгоритм Дейкстры на минимум.

Пусть $dp[N] = e$, то есть в лучшем пути до N -й вершины обязательно встретится ребро e или хуже. Это значит, что мы гарантированно пройдем по ребру с соотношением $\frac{s_j}{w_j}$ не лучше $\frac{s_e}{w_e}$. По формуле из первого решения получим, что для k -го дня ответ «YES», если $\frac{a_k}{b_k} > \frac{s_e}{w_e}$. Это позволяет нам сразу отвечать на все запросы. Сложность такого решения равна $O(N + M \cdot \log M + Q)$.