Greatest Common Divisor

Идея: Геннадий Короткевич
Разработка: Геннадий Короткевич

Написав простое решение, перебирающее все пары, и примерно оценив рост числа подходящих пар в зависимости от n, можно понять, что для $n \leq 2 \cdot 10^5$ хватит времени и памяти выписать все подходящие пары в один массив. Действительно, для $n = 2 \cdot 10^5$ таких пар $4\,480\,708$.

Заметим, что после первой итерации алгоритма пара (x, y) заменится на пару (y, w), где $w = x \texttt{ div } y$. При этом произведение элементов в новой паре $y \cdot w$ не превышает x, который в свою очередь не превышает n, а значит, возможных пар (y, w) после первой итерации алгоритма всего $O(n \log n)$, и их все можно перебрать.

Зафиксируем некоторую такую пару вида (y, w). Запустим алгоритм из условия до конца, пусть он вернёт некоторое число g. Если y не делится на g, такая пара нам неинтересна. Иначе нам интересны все такие значения x, что $x \texttt{ div } y = w$ и $\gcd(x, y) = g$. Первое условие эквивалентно неравенствам $y \cdot w \leq x < y \cdot (w + 1)$, а из второго условия следует, что x должно делиться на g. Значит, переберём все делящиеся на g числа x из диапазона $[y \cdot w; y \cdot (w + 1))$ и для каждого из них проверим условие $\gcd(x, y) = g$. Таким образом мы и найдём все подходящие пары (x, y).